

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПРОДОЛЖИТЕЛЬНОСТИ ЗОН H -ХАРАКТЕРИСТИКИ ПРИ РАСЧЕТАХ НА НАДЕЖНОСТЬ ТЕХНИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ

У статті розглянуто постановку задачі визначення довжини зон H -характеристики з урахуванням властивостей функції середнього числа відмов та функції інтенсивності відмов. Постановка задачі сформульована як задача на визначення структури.

В статье рассматривается постановка задачи определения продолжительности зон H -характеристики с учетом свойств функции среднего числа отказов и функции интенсивности отказов. Постановка задачи сформулирована как задача на определение структуры.

Setting up a problem of determination of the zone lengths of a failure function is considered in the paper. Properties of a failure function and an intensity failure function are taken into consideration. The problem statement has been formulated as a structure definition problem.

Оценка надежности сложных систем и разработка методов повышения надежности являются актуальными техническими задачами. К работам, в которых рассматривались математические вопросы теории надежности, следует отнести работы Ю. К. Беляева, Б. В. Гнеденко, Д. Неймана, А. Пирса. Интенсивность отказов и среднее число отказов технического объекта являются важнейшими характеристиками надежности. Знание величин интенсивности отказов и среднего числа отказов позволяют рационально рассчитывать системы содержания, производить расчет гарантийных сроков службы, определять максимальный предел наработки.

При решении многих задач, связанных с расчетами на надежность технических объектов, важно знать, при какой наработке начинается зона нормальной эксплуатации и когда она заканчивается (рис. 1). В статье рассматривается математическая постановка задачи определения продолжительности (длин) зон H -характеристики (определение структуры функции среднего числа отказов $H(t)$). Для случая, когда зона приработки и зона интенсивного старения представляется квадратичной зависимостью, а зона нормальной эксплуатации линейной, задача определения величин t_1 и t_2 решена [1]. Если не учитывать свойства функции интенсивности отказов $\lambda(t) = H'(t)$, то функция $\lambda(t)$ может иметь точки разрыва первого рода, что противоречит процессу естественного или механического износа. Обычно при построении H -характеристики величины t_1 и t_2 назначаются исследователями.

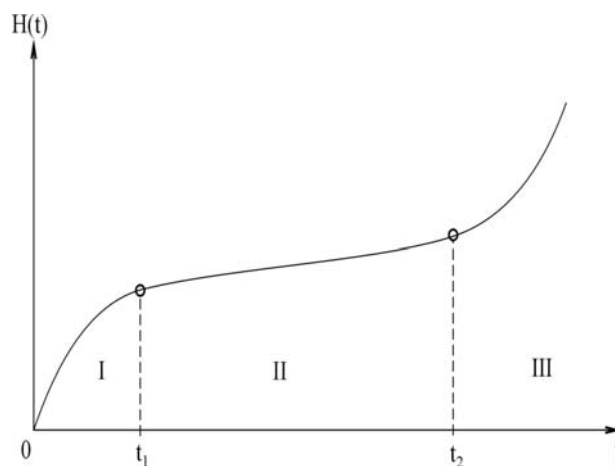


Рис. 1. Качественная характеристика функции среднего числа отказов в зависимости от наработки: I – зона приработки; II – зона нормальной эксплуатации; III – зона интенсивного старения; t_1 – конец зоны приработки; t_2 – начало зоны интенсивного старения

В задачах определения рациональной системы содержания технических объектов [1–3], которые строятся таким образом, чтобы интенсивность отказов не превосходила некоторого значения $\bar{\lambda}$, необходимо задать значение $\bar{\lambda}$. В этом случае величина $\bar{\lambda}$ выбирается, как правило, в конце второй зоны H -характеристики (чтобы интенсивность отказов была постоянной или линейной и обеспечивала максимальную наработку между ремонтами).

Рациональные значения t_1 и t_2 могут быть определены, если рассматривать H -характеристику как некоторую структуру и решать задачу о построении зависимости функции $M[H(t)]$ как задачу об определении структуры

($M[\]$ означает математическое ожидание). Другими словами, задавая различные зависимости для всех трех зон H -характеристики, необходимо наилучшим образом определить значения t_1 , t_2 и соответствующие функциональные зависимости среднего числа отказов для всех зон. Возможны следующие предположения о структуре (наличии зон) H -характеристики технического объекта:

- зона приработки и зона нормальной эксплуатации;
- зона нормальной эксплуатации и зона интенсивного старения объекта;
- зона нормальной эксплуатации;
- зона приработки, зона нормальной эксплуатации и зона интенсивного старения.

Отметим основные свойства функции $H(t)$:

- i_1 – при наработке $t = 0$, $H(0) = 0$;
- i_2 – функция $H(t)$ неубывающая;
- i_3 – функция $H(t)$ непрерывная.

Функция $H(t)$ неразрывно связана с функцией интенсивности отказов

$$\lambda(t) = H'(t). \quad (1)$$

Функция интенсивности отказов $\lambda(t)$ должна обладать следующими свойствами:

- j_1 – функция $\lambda(t)$ непрерывна;
- j_2 – функция $\lambda(t)$ положительна $\lambda(t) \geq 0$;
- j_3 – для зоны приработки всюду должно выполняться неравенство $\lambda'(t) \leq 0$, $0 \leq t \leq t_1$;
- j_4 – для зоны интенсивного старения всюду выполняется неравенство $\lambda'(t) \geq 0$, $t \geq t_2$;
- j_5 – в зоне нормальной эксплуатации функция интенсивности отказов может быть постоянной, линейной или унимодальной (нелинейной или линейной).

Свойство j_2 обеспечивает монотонный рост функции $H(t)$.

В качестве математической модели функции среднего числа отказов $H(t)$ возьмем зависимость

$$H(t) = \begin{cases} h_I(t), & 0 \leq t \leq t_1, \\ h_{II}(t), & t_1 \leq t \leq t_2, \\ h_{III}(t), & t \geq t_2, \end{cases} \quad (2)$$

где $h_I(t)$ определяет вид функции $H(t)$ для зоны приработки; $h_{II}(t)$ определяет вид функции $H(t)$ для зоны нормальной эксплуатации; $h_{III}(t)$ определяет вид функции $H(t)$ для зоны

интенсивного старения. Функции $H(t)$ соответствует функция интенсивности отказов $\lambda(t)$

$$\lambda(t) = \begin{cases} \lambda_I(t), & 0 \leq t \leq t_1, \\ \lambda_{II}(t), & t_1 \leq t \leq t_2, \\ \lambda_{III}(t), & t \geq t_2. \end{cases} \quad (3)$$

Функции $\lambda_I(t)$, $\lambda_{II}(t)$, $\lambda_{III}(t)$ определяют вид функции $\lambda(t)$ в соответствующих зонах H -характеристики. Функция $H(t)$ должна удовлетворять свойствам $(i_1 - i_3)$, а функция $\lambda(t)$ – свойствам $(j_1 - j_5)$.

Экспериментальные данные об отказах представляются обычно количеством отказов $\tilde{h}_i$ в соответствующие моменты наработки t_i , $i = 1, \dots, N$. Нашей задачей является формулирование постановки задачи о приближении функции $M[H(t)]$ по экспериментальным данным $\tilde{h}_i$ наилучшим образом с определением продолжительности зон H -характеристики.

Поступим следующим образом. Зададим множество функций H_I , определяющих набор функциональных зависимостей среднего числа отказов для зоны приработки $\forall h_I^i \in H_I$, $i = 1, \dots, M_I$, M_I – количество функций, входящих в множество H_I . Каждая функция h_I^i , входящая в множество функций H_I , определяется набором своих параметров (коэффициентов) $\{A_I^i\}$, i – номер функции, входящей в множество H_I .

Зададим множество функций H_{II} , определяющих набор функциональных зависимостей среднего числа отказов для зоны нормальной эксплуатации $\forall h_{II}^i \in H_{II}$, $i = 1, \dots, M_{II}$, M_{II} – количество функций, входящих в множество H_{II} . Каждая функция h_{II}^i , входящая в множество функций H_{II} , определяется набором своих параметров $\{A_{II}^i\}$, i – номер функции, входящей в множество H_{II} .

Наконец, зададим множество функций H_{III} , определяющих набор функциональных зависимостей среднего числа отказов для зоны интенсивного старения $\forall h_{III}^i \in H_{III}$, $i = 1, \dots, M_{III}$; M_{III} – количество функций, входящих в множество H_{III} . Каждая функция h_{III}^i , входящая в множество функций H_{III} , определяется набо-

ром своих параметров $\{A_{III}^i\}$, i – номер функции, входящей в множество H_{III} . Множества функций H_I , H_{II} , H_{III} задаются исследователем.

Пусть $T = \max_i t_i$ – период наблюдений, тогда H -характеристика будет строиться на интервале $[0, T]$. Определим величины l_1 и l_2 следующим образом $t_1 = l_1$; $t_2 = l_1 + l_2$, т. е. l_1 представляет собой продолжительность зоны приработки; l_2 – продолжительность зоны нормальной эксплуатации, а продолжительность зоны интенсивного старения может быть определена как $l_3 = T - l_1 - l_2$.

Пусть определены множества функций H_I , H_{II} , H_{III} . Зафиксируем структуру H -характеристики, т.е. укажем вид функций, задающих зону приработки, зону нормальной эксплуатации и зону интенсивного старения. Тем самым зададим множества параметров $\{A_{III}^q\}$, $\{A_{III}^r\}$, $\{A_{III}^s\}$, которые следует определить так же, как и значения l_1 и l_2 , где q – номер функции $h_I(t)$ в множестве H_I , r – номер функции $h_{II}(t)$ в множестве H_{II} , s – номер функции $h_{III}(t)$ в множестве H_{III} . Значения l_1 , l_2 и параметры могут быть определены из решения следующей задачи

$$\text{glob} \min_{l_1, l_2, \{A_I^q\}, \{A_{II}^r\}, \{A_{III}^s\}} \sum_{i=1}^N (\tilde{h}_i - H(t_i))^2, \quad (4)$$

функция $H(t)$ определяется в соответствии с выражением (2). Множества параметров $\{A_{III}^q\}$, $\{A_{III}^r\}$, $\{A_{III}^s\}$ – множества параметров, входящих в выражения функций, задающих зону приработки, зону нормальной эксплуатации и зону интенсивного старения. Например, если функция, определяющая соответствующую зону, есть квадратичная зависимость, то параметрами будут коэффициенты полинома второй степени.

Для функции $H(t)$ должны быть выполнены следующие ограничения

$$H'(t) \geq 0, \quad i = 1, \dots, N; \quad (5)$$

$$l_1 > 0, \quad l_2 > 0; \quad (6)$$

$$t_1 = l_1; \quad (7)$$

$$t_2 = l_1 + l_2; \quad (8)$$

$$H(0) = 0; \quad (9)$$

$$h_I'(t_1) = h_{II}'(t_1); \quad (10)$$

$$h_{II}'(t_2) = h_{III}'(t_2); \quad (11)$$

$$h_I''(t_i) \leq 0, \quad t_i \leq t_1; \quad (12)$$

$$h_{III}''(t_i) \geq 0, \quad t_i \geq t_2; \quad (13)$$

$$h_{II}''(t_1) \leq 0; \quad (14)$$

$$h_{II}''(t_2) \geq 0. \quad (15)$$

Исходная задача является задачей на условный глобальный минимум. Условия (5)–(15) обеспечат непрерывность для функций $H(t)$ и $\lambda(t)$, а также выполнение качеств $(i_1 - i_3)$ и $(j_1 - j_5)$. Выполнение условий унимодальности обеспечивается соответствующим выбором функций, входящих во множество H_{II} . Задача (4)–(15) довольно сложная для получения аналитического решения. Функции цели задач на определение структур характеризуются наличием нескольких областей локальных минимумов.

Выводы

Задача определения продолжительности зон H -характеристики представлена как задача на определение оптимальной структуры (задача структуризации).

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Босов А. А. Теоретические основы и методика расчета плановых восстановлений локомотивов и вагонов: Дис. ... д-ра техн. наук. – Л., 1986. – 283 с.
2. Босов А. А. Аксиоматическое построение математической модели восстановления / Вестник ХГУ № 174. – Вып. 43. – 1978. – С. 50-55.
3. Босов А. А. Оценка влияния диагностирования на интенсивность отказов силовой установки тепловозов с гидropередачей / А. А. Босов, М. И. Капица // Некоторые вопросы математического моделирования в инженерных задачах: Сб. науч. тр. – Д.: ДИИТ, 1994. – С. 4-9.

Поступила в редколлегию 23.05.2008.