

МИНИСТЕРСТВО ПУТЕЙ СООБЩЕНИЯ СССР
ДНЕПРОВСКИЙ ИНСТИТУТ ИНЖЕНЕРОВ ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО
ТРАНСПОРТА ИМЕНИ М.И.КАЛИНИНА

На правах рукописи

ДЗДБА Анатолий Петрович

ОПТИМАЛЬНОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ КОНСТРУКЦИЙ
НА ОСНОВЕ ПРИНЦИПА МАКСИМУМА С ОГРАНИЧЕНИЯМИ
ОБЩЕГО ВИДА

Специальность 01.02.03 - сопротивление мате-
риалов и строительная механика

А В Т О Р Е Ф Е Р А Т

диссертации на соискание ученой
степени кандидата технических наук

Днепропетровск - 1977

НТБ
ДНУЖТ

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. Проблема оптимального проектирования является одной из важнейших в строительной механике. Непрерывное повышение требований к качеству конструкций делает все более актуальной постановку и решение задач отыскания оптимального распределения материала в конструкциях с всесторонним учетом особенностей напряженно-деформированного состояния и наложенных ограничений, а, следовательно, применение возможно более общих методов оптимизации, пригодных для широкого класса конструкций.

Преимущество, в указанном смысле, применения математических методов оптимизации для решения задач оптимального проектирования в настоящее время общепризнано. Особый интерес представляет выяснение прикладных возможностей этих методов и разработка на их основе конкретных методов и специальных алгоритмов решения задач проектирования с целью более эффективного получения оптимальных проектов конструкций.

Принцип максимума Л.С.Понтрягина является наиболее общим методом решения задач оптимизации процессов, описываемых системами обыкновенных дифференциальных уравнений для кусочно-непрерывных допустимых управлений и ограничений, наложенных на область изменения переменных. В последнее время появилось значительное число исследований, посвященных применению принципа максимума и других результатов из области оптимального управления к задачам проектирования конструкций. Имеющиеся результаты указывают на эффективность такого подхода и целесообразность его более широкого использования для решения задач оптимизации в строительной механике. Однако, большие возможности методов теории оптимального управления при решении задач проектирования еще далеко не изучены.

НАУКОВО-БІБЛІОТЕЧНИЙ ЦЕНТР
Дніпропетровського національного
університету залізничного транспорту
імені академіка В.Лазаряна

649302

10/2/82

Многие проблемы из практики проектирования конструкций и их элементов естественно формулируются как задачи оптимального управления с ограничениями не только на вектор управляющих воздействий, но и на элементы фазового пространства. Решение таких задач представляет значительный практический интерес. В то же время необходимые условия оптимальности в случае фазовых ограничений имеют сложный вид, что приводит к принципиальным трудностям при построении эффективных вычислительных алгоритмов. В настоящее время известно всего несколько работ, посвященных изучению этого вопроса.

Цель работы:

- разработка общей методики решения некоторых задач оптимального проектирования конструкций на основе принципа максимума с ограничениями общего вида;
- выяснение прикладных возможностей и эффективности такого подхода;
- построение алгоритма численного решения задач оптимального управления, возникающих в оптимальном проектировании, в общем случае фазовых ограничений;
- решение на основе построенного алгоритма конкретных задач отыскания оптимального распределения материала некоторых стержневых и тонкостенных конструкций.

Методика исследования состоит в интерпретации задачи оптимального проектирования как задачи оптимального управления; использовании принципа максимума для процессов, описываемых системой обыкновенных дифференциальных уравнений при наличии ограничений общего вида для построения необходимых условий оптимальности; дальнейшей разработке алгоритмов численного решения,

составлении и реализации на ЭЦВМ вычислительных программ расчета отдельных оптимальных проектов.

Научная новизна работы состоит в разработанной и апробированной методике и численных алгоритмах решения задач оптимального проектирования как задач оптимального управления при наличии ограничений типа неравенств, наложенных на фазовые координаты и управление или только на фазовые переменные, а также результатах решения конкретных задач проектирования.

Ряд задач отнесения оптимального распределения материала в конструкциях в обсуждаемой постановке решен впервые. Получены оптимальные проекты кольцевых рам при одновременном воздействии силовых и температурных нагрузок с учетом ограничения на отклонение формы ося от круговой и сегмента, подкрепляющего тонкую цилиндрическую оболочку в месте нагружения ее сосредоточенной силой.

Практическая ценность. Результаты исследований в виде методик, численных алгоритмов и программ расчета могут быть использованы в расчетной практике проектных и научно-исследовательских организаций, занимающихся расчетом и оптимальным проектированием силовых элементов оболочек, стержневых и тонкостенных конструкций (пластин и оболочек) и их комбинаций. Алгоритмы и программы численного решения задач оптимального управления с ограниченными фазовыми координатами могут использоваться также при решении прикладных задач оптимизации в других областях.

В настоящее время пять вычислительных программ, составленных для выполнения расчетов в диссертации, приняты в фонд алгоритмов и программ ВЦ ДГУ, одна в Республиканский ФАИИ, резуль-

таты исследований в виде программ и методов решения задач оптимизации используются в ряде организаций. Документы, подтверждающие практическую ценность полученных в диссертации результатов, направляются в ВАК СССР.

Апробация работы. Основные результаты по теме диссертационной работы докладывались на X Всесоюзной конференции по теории пластин и оболочек (г.Лутанси, 1975 г.), на Всесоюзной конференции "Автоматизация исследований несущей способности и длительной прочности летательных аппаратов" (г.Харьков, 1975 г.), на IУ Республиканской научной конференции математиков Белоруссии "Проблемы развития прикладных математических исследований" (г. Минск, БГУ, 1975 г.), на Республиканской научной конференции "Теория расчета и внедрение в строительство многослойных панелей и оболочек" (г. Дн-ск, ДИСИ, 1975 г.), на шести научных конференциях, посвященных итогам научно-исследовательской работы ДГУ за 1971-1976 гг., на научном невузовском семинаре "Математические проблемы механики", научный руководитель академик АН УССР В.И.Моссаковский (г. Дн-ск, 1974, 1976 гг.), на научном семинаре кафедры вычислительной математики ДИИТа "Оптимальное управление", научный руководитель, доктор физ.мат.наук, проф. А.М.Егоров (г. Дн-ск, 1974, 1976 гг.), на научном семинаре кафедры прикладной математики ДИСИ, научный руководитель доцент В.И.Почтман (г. Дн-ск, 1977 г.), на заседании кафедры строительной механики ДИИТа, зав.каф.доц. С.И.Конашечко (г. Дн-ск, 1977 г.), на семинарах отдела статистики ЦНИИ прочности и надежности конструкций ДГУ (1971 - 1976 гг.).

Публикации. По результатам выполненных исследований опубликовано девять научных статей.

Объем работы. Диссертация включает в себя введение, четыре главы, заключение, список использованной литературы, состоящий из 246 наименований, приложения и содержит 140 страниц машинописного текста, 27 рисунков и 10 таблиц.

СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

Во введении проведен анализ опубликованных в настоящее время работ по теме оптимального проектирования, освещено современное состояние проблемы и обоснованы основные результаты и методы исследования оптимальных задач в строительной механике. Отмечается существенный вклад в развитие проблемы оптимального проектирования отечественных ученых Н.В.Баннчука, В.В.Васильева, А.Н.Виноградова, В.Л.Кириичева, А.А.Комарова, А.Н.Лурье, Л.А.Лурье, В.Н.Малкова, М.М.Микаладзе, Д.В.Немировского, Е.Л.Николан, Д.М.Почтмана, А.М.Проценко, И.М.Рабиновича, Д.А.Раддига, И.М.Резтмана, А.Р.Ряницина, В.А.Троицкого, К.М.Хуберана, А.П.Чираса, А.А.Чираса и зарубежных исследователей D.O.Drucker, T.C.Hu, H.C.Huang, M.Levy, A.E.M.Michell, Z.Mroz, B.T.Opat, G.J.N.Rosvanu, A.T.S.Pippard, W.Prager, M.A.Savv, C.Y.Sheu, R.T.Shield, J.F.Taylor, A.R.Toakley, Z.Wasiutynski.

На основании проведенного анализа обоснована актуальность и сформулированы цели исследования.

Глава I. Принцип максимума в задачах оптимального проектирования конструкций.

Первая глава содержит обзор исследований по вопросам применения принципа максимума Л.С.Понтрягина при проектировании и численных методов решения возникающих задач оптимального управления.

Отмечается, что целый ряд исследователей Н.В. Баннчук,

В.М.Бирюк, В.П.Монсеенко, А.В.Ванштейн, О.П.Листрова, А.А.Гончаров, В.Е.Матвеев, Ф.А.Матвеева, В.Б.Гринев, А.П.Филиппов, Э.А.Городенская, И.А.Карновский, Э.Р.Данналов, Д.Р.Лешик, А.И.Лурье, К.А.Однимвили, Л.Г.Раздольский, М.И.Рейтман, И.К.Цыпинас, О.Ф.Чернявский, Н.А.Шульга, J.L.Akman, W.J.Vitte, W.H.Boydin, R.L.Siegnkowski, N.Distefano, R.Tedeschini, L.C.Dixon, C.L.Dun, B.M.B. de Silva, K.Vera, J.Roordo

и другие получили важные результаты на основе подхода, связанного с использованием необходимых условий оптимальности в форме принципа максимума, что позволяет характеризовать его как весьма мощный и универсальный метод решения задач оптимального проектирования. В подавляющем большинстве опубликованных работ, в которых использовался принцип максимума, ограничения наложены лишь на параметры управления. Значительно более сложный случай ограниченного фазового пространства задачи оптимального управления в задачах оптимального проектирования конструкций рассматривался всего в нескольких работах Л.В.Андреева, В.И.Моссакевского, Н.И.Ободан; И.С.Аданович, Р.Б.Ривардса, И.С.Петровой; М.В.Аристова, В.А.Троицкого; И.А.Карновского, В.С.Искри; Е.Ж.Науг, Jr, P.G.Kilmer.

Разработке вычислительных методов оптимального управления в настоящее время посвящено большое число исследований, которые освещены в соответствующих обзорах. В диссертации отмечается, что решение задач оптимального управления с учетом фазовых ограничений является сложной проблемой. Обсуждаются различные подходы к решению таких задач с использованием динамического программирования, методов штрафных функций и специальных приемов, позволяющих получить решение в отдельных частных случаях. Указывается на

необходимость разработки специальных числительных алгоритмов с использованием принципа максимума для более точного учета фазовых ограничений при допустимых затратах машинного времени.

В первой главе приводятся также некоторые сведения из теории оптимального управления и необходимые условия оптимальности в форме принципа максимума при наличии ограничений общего вида. Рассматривается задача минимизации критерия качества

$$V = \int_{x_0}^{x_1} \varphi_0(\bar{u}, \bar{h}, x) dx \quad (1)$$

для процесса, описываемого системой обыкновенных дифференциальных уравнений при наличии ограничений вида

$$(a) f(\bar{h}, x) \leq 0, \quad (b) f(\bar{u}, \bar{h}, x) \leq 0, \quad (b) S(\bar{u}, x) \leq 0. \quad (2)$$

В наиболее сложном случае фазового ограничения (2б) проблема состоит в решении многоточечной краевой задачи для основной и сопряженной систем

$$(a) \frac{du_i}{dx} = \varphi_i(\bar{u}, \bar{h}, x); \quad (b) \frac{d\lambda_i}{dx} = - \sum_{j=0}^n \lambda_j \frac{\partial \varphi_j}{\partial u_i} - \xi \frac{\partial S^{(q)}}{\partial u_i}; \quad (3)$$

(i=1, 2, ..., n)

с граничными условиями на концах траектории

$$a) \theta_{j_e}[\bar{u}(x_e)] = 0; \quad e=0, V, L; \quad j=1, 2, \dots, p; \quad (4)$$

$$b) \bar{\lambda}(x_e) = \sum_{j=1}^p c_j \text{grad} \theta_{j_e}[\bar{u}(x_e)]$$

и условиями во внутренних точках выхода (скода) на фазовое ограничение

$$\bar{A}(\bar{u}, x) = |S(\bar{u}, x_r), S'(\bar{u}, x_r), \dots, S^{(q-1)}(\bar{u}, x_r)|^T = 0. \quad (5)$$

x_0, x_1 - заданы, а в точках x_r дополнительно должны быть выполнены зависимости

$$(a) \bar{\lambda} = \bar{\lambda}^* + \bar{\mu}^T \frac{\partial \bar{A}}{\partial \bar{u}}, \quad (b) H^\xi = H^* - \bar{\mu}^T \frac{\partial \bar{A}}{\partial x}. \quad (6)$$

Во всех остальных точках траектории верим соотношения

$$(a) \quad \bar{\lambda}^- = \bar{\lambda}^+, \quad (\delta) \quad H^- = H^+. \quad (7)$$

Здесь \bar{u} , $\bar{\lambda}$ - фазовые и сопряженные переменные, соответственно; $S^{(q)}$ - норма из старших производных фазового ограничения, содержащих в явной форме управление $\bar{h}(x)$ ($\bar{h} \in D_m$); λ_0 определяется из условия $|\lambda_0|^2 + \sum_{i=1}^m |\lambda_i(x^*)|^2 = 1$, где x^* некоторая фиксированная точка траектории; $\xi(x)$, \bar{c} , $\bar{\mu}$ - множители Лагранжа. При этом вектор q -го порядка $\bar{\mu}$ должен быть выбран из требования выполнения условия (5); $\xi(x) = 0$ внутри и $\xi(x) \neq 0$ на границе области (2в). Координаты точек переключения управления подлежат определению решением уравнения (6б), (7в). Оптимальное управление вычисляется из условия максимума гамильтониана $\max_{\bar{h} \in D_m} H(\bar{u}, \bar{\lambda}, \bar{h}, x)$.

Обсуждаются случаи уравнений состояния с разрывными правыми частями, с условиями, наложенными в фиксированных внутренних точках фазовой траектории и другие вопросы.

Глава II. Алгоритмические схемы решения

задач оптимального проектирования на основе принципа максимума.

Задача оптимального проектирования конструкцией интерпретируется как задача оптимального управления с ограничениями общего вида. Объем материала служит интегральным критерием качества; дифференциальные уравнения равновесия являются уравнениями состояния системы; управлением принимаются геометрические параметры поперечного сечения стержней, толщины оболочек и т.д., а условия прочности, жесткости и конструктивные представляют собой ограничения типа неравенств, наложенные на управление и фазовые координаты или только на фазовые координаты.

Для решения задач оптимального управления, возникающих в

Во всех остальных точках траектории верим соотношения

$$(a) \quad \bar{\lambda}^- = \bar{\lambda}^+, \quad (\delta) \quad H^- = H^+. \quad (7)$$

Здесь \bar{u} , $\bar{\lambda}$ - фазовые и сопряженные переменные, соответственно; $S^{(q)}$ - норма из старших производных фазового ограничения, содержащих в явной форме управление $\bar{h}(x)$ ($\bar{h} \in D_m$); λ_0 определяется из условия $|\lambda_0|^2 + \sum_{i=1}^m |\lambda_i(x^*)|^2 = 1$, где x^* некоторая фиксированная точка траектории; $\xi(x)$, \bar{c} , $\bar{\mu}$ - множители Лагранжа. При этом вектор q -го порядка $\bar{\mu}$ должен быть выбран из требования выполнения условия (5); $\xi(x) = 0$ внутри и $\xi(x) \neq 0$ на границе области (2в). Координаты точек переключения управления подлежат определению решением уравнения (6б), (7в). Оптимальное управление вычисляется из условия максимума гамильтониана $\max_{\bar{h} \in D_m} H(\bar{u}, \bar{\lambda}, \bar{h}, x)$.

Обсуждаются случаи уравнений состояния с разрывными правыми частями, с условиями, наложенными в фиксированных внутренних точках фазовой траектории и другие вопросы.

Глава II. Алгоритмические схемы решения

задач оптимального проектирования на основе принципа максимума.

Задача оптимального проектирования конструкцией интерпретируется как задача оптимального управления с ограничениями общего вида. Объем материала служит интегральным критерием качества; дифференциальные уравнения равновесия являются уравнениями состояния системы; управлением принимаются геометрические параметры поперечного сечения стержней, толщины оболочек и т.д., а условия прочности, жесткости и конструктивные представляют собой ограничения типа неравенств, наложенные на управление и фазовые координаты или только на фазовые координаты.

Для решения задач оптимального управления, возникающих в

(3а) с граничными условиями (9) интегрируется на $[x_0, x_1]$.

Пусть имеется p - точек выхода на фазовое ограничение. Каждый промежуток между этими точками считается отдельным отрезком оптимальной траектории и принимается

$$\bar{\lambda}(x_r) = \bar{c}_r, \quad \bar{c}_r = \text{const}, \quad r=1, 2, \dots, p. \quad (10)$$

Значения $\bar{\lambda}$ справа от точек x_r не обязательно равны их значениям слева.

Пусть каким-либо образом удалось определить \bar{c}_r . Тогда вектор $\bar{\lambda}$ вычисляется последовательным интегрированием системы (3б) на участках $[x_0, x_1], \dots, [x_r, x_{r+1}], \dots, [x_p, x_1]$ как совокупности двухточечных краевых задач с использованием в качестве граничных условий (4б), (10). При этом следует учитывать, что на отдельных промежутках траектории $\dot{\xi}(x) \neq 0$.

При известных значениях \bar{u} и $\bar{\lambda}$ оптимальное управление \bar{h} определяется из условия наложения решений ряда вспомогательных задач нелинейного программирования при фиксированных значениях X . Незвестные постоянные \bar{c}_r выбираются из требования удовлетворения соотношения (5). Соответствующее условие представляется в виде

$$\min f = \sum_{r=1}^p \sum_{j=0}^{q-1} [S^{(j)}(\bar{u}, x_r)]^2. \quad (11)$$

Для решения задачи (11) используются методы случайного поиска и градиентные.

Координаты точек переключения назначаются в соответствии с (6б), (7б), а управление следующего шага итерации вычисляется в виде

$$\bar{h}_{k+1} = \bar{h}_k + \bar{\tau} [\Phi(\bar{h}_k) - \bar{h}_k] \quad (12)$$

и расчет повторяется.

Здесь $\Phi(\bar{h}_k)$ оператор, который допустимому управлению \bar{h}_k ставит в соответствие новое приближение для управления, $0 \leq \bar{\tau}_k < 1$

подобраться таким образом, чтобы итерационный процесс оказывался сходящимся.² С целью ускорения сходимости алгоритма точность удовлетворения всех соотношений $\bar{\epsilon}$ увеличивается с глубиной итерационного процесса $\bar{\epsilon}_k = \bar{\epsilon}_{k-1}/\alpha$, где $\alpha > 1$.

Рассмотрены различные варианты условий во внутренних точках траектории (5), когда $0 < W < \Pi$ функции $\bar{\lambda}$ (см. (6a)) разрывны в точке X_r , а остальные $\Pi - W$ остаются непрерывными (см. (7a)).

Во второй главе исследованы также особенности постановки различных задач проектирования и возможности вычислительного алгоритма. С этой целью решен ряд задач отыскания оптимальных, с точки зрения веса, конструкций. Проведенный численный эксперимент на ЭЦВМ для различных случаев выбора начального приближения, количества точек переключения и других факторов, указывает на удовлетворительную сходимость алгоритма к оптимальному проекту.

Решена задача отыскания варьируемых параметров поперечного сечения балки минимального веса под действием поперечной и продольной нагрузок с ограничениями типа неравенств, наложенными на различные напряжения и перемещения. В случае отыскания переменной по длине балки высоты прямоугольного поперечного сечения получена экономия материала 12-20% по сравнению с балкой постоянного сечения, удовлетворяющей тем же требованиям. Решены задачи оптимального проектирования балки с заданными значениями перемещений в некоторой точке оси. В этом случае функции $\bar{\lambda}$ в точках выхода на фазовое ограничение оказываются разрывными.

² В этом случае - эффективными оказываются методы, предлагаемые в работе Крылова И.А., Черноусько Ф.Л. Алгоритм метода последовательных приближений для задач оптимального управления, И. выч.матем. и мат. физ., т.12, В 1, 1972.

При решении задачи отыскания оптимального распределения материала в круговых брусках и арках рассмотрена одна из модифициций алгоритма, обусловленная тем, что решение сопряженной системы (3б) на отдельных промежутках может быть получено через произвольные постоянные интегрирования, подлежащие определению из граничных условий и соотношений для внутренних точек траектории. Для задачи проектирования кругового бруса, описанного четвертью дуги окружности, нагруженного сосредоточенной силой, в зависимости от величины допустимого прогиба Δ получена экономия материала до 33%.

Оптимизация форм гибких стержней в связи с нелинейностью уравнений состояния приводит к необходимости совместного решения уравнений основной и сопряженной систем (3), как совокупности двухточечных задач на промежутках $[x_0, x_1], \dots, [x_0, x_r], \dots, [x_0, x_1]$. При этом условия (5) играют роль граничных в конечной точке промежутка управления x_r . А сама траектория как бы "наращивается" на каждом этапе на один отрезок $[x_r, x_{r+1}]$. Оптимальные проекты гибкого стержня качественно не отличаются от проектов стержней, спроектированных на основе технической теории изгиба, но имеют несколько меньший вес.

Случай, когда во внутренних точках разрывны $\frac{n}{2}$ сопряженных функций, а $\frac{n}{2}$ значений $\bar{\lambda}$ непрерывны, рассматривается при проектировании балки минимального веса на упругом основании.

Во всех рассмотренных задачах проведен анализ численных результатов, представленных в виде таблиц и графиков. Анализ полученных оптимальных проектов свидетельствует об эффективности предлагаемого вычислительного алгоритма.

Глава II. Решение задач оптимального

проектирования как задач управления с интегральными ограничениями

В третьей главе разрабатывается методика оптимального проектирования конструкций при наличии интегральных ограничений в виде неравенств. Проблема формулируется как изопериметрическая задача оптимального управления и решается на основе итерационного алгоритма.

Решены задачи проектирования балок минимального веса, нагруженных поперечной и продольной нагрузкой с учетом ограничений на перемещения, представленных в форме интегралов Мора, напряжений и конструктивные параметры сечений. Получены проекты балок из условия минимаксных прогибов. Решение задачи в последнем случае состоит в распределении заданного количества материала таким образом, чтобы максимальный прогиб имел минимальное значение. Разработанный алгоритм позволяет получать оптимальные проекты балок при произвольной нагрузке и условиях закрепления, легко программируется на ЭЦВМ и достаточно эффективен. В рассмотренных задачах жесткость оптимального проекта оказалась в 1.5-1.6 раза выше, чем у неоптимальной балки того же веса.

В этой главе рассмотрены также задачи проектирования стержневых систем минимального веса с ограниченными перемещениями. В этом случае варьируемые параметры поперечного сечения $h_j(x)$ ($j = 1, 2, \dots, m$) выбираются из требования минимума веса материала

$$V = \min \sum_{i=1}^n \int_0^{l_i} \gamma(x_i) F[h_j(x)] dx_i \quad (13)$$

с учетом ограничений прочности, конструктивных ($\bar{h} \in D_m$) и условия, наложенных на перемещения

$$[u_{r1}] \leq u \leq [u_{r2}]. \quad (14)$$

Здесь n - число стержней, l_i - длина i -го стержня, γ - удельный вес материала, F - площадь сечения стержня.

В случае стержневой системы с преобладающими изгибами, перемещение некоторой точки x_r определяется из соотношения

$$\Delta_r = \sum \int_0^{l_i} \frac{m_r(x_i, x_r) M(x_i)}{EI[h_j(x_i)]} dx_i, \quad (r=1, 2, \dots, k). \quad (15)$$

Введенной дополнительной переменной, ограничения (14) с учетом (15) записываются в виде равенств и далее задача состоит в оптимальном управлении системой

$$\frac{dU}{dx} = \gamma(x) F(\bar{h}), \quad \frac{dU_r}{dx} = \frac{m_r(x, x_r) M(x)}{EI(\bar{h})}, \quad (16)$$

решение которой приводит к отысканию оптимального управления из условия максимума $\max_{\bar{h} \in D_m} H(\bar{h}, \bar{c}, x)$. При этом постоянные \bar{c} определяются решением соответствующей системы нелинейных алгебраических уравнений (15). Вычислительный алгоритм оформлен в виде автономных процедур.

Использование принципа максимума дает ряд преимуществ, поскольку позволяет задачу нелинейного программирования размерности $m \times N$ заменить решением N вспомогательных задач НЛ размерности m на отдельных итерациях.

На основе необходимых условий оптимальности устанавливается точность проектов балок и стержневых систем, спроектированных из заданного количества материала при условии минимума максимального прогиба ($U_{\max} = \Delta^*$) и конструкции минимального веса при заданном максимальном прогибе ($U_{\max} = \Delta^*$).

Численные результаты получены для ряда балочных и стержневых конструкций. При этом экономия материала в зависимости от нагрузки, ограничений и других факторов составляет 20-45%. Решены задачи проектирования рам с заданными значениями перемещений в некоторых точках. Число участков постоянной жесткости принималось

равнии 60-100. При этом затраты машинного времени на поиск решения на ЭВМ "М-222" на языке "АЛГОЛ" для всех рассмотренных задач не превышало 30 мин.

Проведены исследования с целью выяснения необходимого количества участков постоянной жесткости на один стержень конструкции - их увеличение более 5-6 на стержень не приводит к значительному выигрышу в весе.

Результаты распространяются на случай проектирования произвольных стержневых систем.

Глава IV. Оптимальное проектирование элементов тонкостенных конструкций.

Содержание четвертой главы составляет решение конкретных задач оптимального распределения материала оболочек и силовых элементов тонкостенных конструкций.

Решена задача проектирования неравномерно нагретой, нагруженной сосредоточенными усилиями кольцевой рамы минимального веса с учетом ограничений на отклонение формы оси от круговой, а также на напряжения и конструктивные параметры сечения. Постановка задачи обусловлена тем, что увеличение жесткости в месте нагрева увеличивает усилия в кольце, а уменьшение жесткости в нагретой зоне хотя и приводит к их уменьшению, но вызывает значительный рост деформаций при одновременном воздействии сосредоточенных усилий. Численные результаты получены для задачи выбора переменной по длине дуги высоты $h(x)$ прямоугольного поперечного сечения кольца, сжимаемого диаметрально расположенными усилиями P , и нагретыми наружной $T_n(x)$ и внутренней $T_b(x)$ поверхностями. Температура по высоте сечения изменяется линейно, а по длине дуги по закону $T_n = \pm a \left(x - \frac{\pi}{2}\right)$ при $x \geq \frac{\pi}{2}$; $T_n = 0$ при $0 \leq x < \frac{\pi}{2}$; $T_b = 0$. Отклонение

формы оси кольца от круговой вычисляется в виде $\varepsilon = |\Delta d_{\max}| \pm |\Delta d_{\min}|$.
Результаты решения приведены в таблице.*

Таблица

№п/п	а. Нагрев		б. Охлаждение	
	V	ε	V	ε
1.	2323.4	6.723	2371.8	6.201
2.	3368.4	2.420	3456.2	2.918
3.	3444.8	1.638	3696.0	1.161
4.	4221.2	1.241	4630.8	1.513
5.	4403.6	0.339	4809.6	0.315
6.	4400.0	1.249	4810.0	0.952
7.	6791.6	0.339	7007.0	0.315

Здесь а)-проекты, полученные для случая нагрева наружной поверхности, б)-при ее охлаждении. Для сравнения приведены: проект №1, полученный без учета ограничений на величину ε и №6,7 с постоянной по длине дуги высотой сечения.

Анализ полученных результатов показывает очевидную эффективность оптимальных проектов. Их применение позволяет получить значительную экономию материала, лучше сохранить первоначальную форму конструкции. Так, сравнение проектов №5.6.7 (табл.б) показывает, что максимальное отклонение формы оси от круговой ε для оптимальной конструкции в 3.02 раза меньше этого же параметра для рамы постоянного поперечного сечения, а в случае одинакового ε неоптимальное кольцо имеет вес на 31.4% больше. Эти же показатели для неравномерно нагретой конструкции соответственно составляют 3.68 и 34.7%.

Решение задачи отыскания оптимального распределения материала шпангоутов, подкрепляющих круговые оболочки в месте нагружения

* В диссертации приведены также графики изменения оптимального управления $h(x)$, изменения диаметра Δd и изгибающего момента в кольце.

их сосредоточенными условиями, предлагается проводить в два этапа: вначале решается задача сопряжения шпангоута и оболочки в любой возможной постановке с целью вычисления условий их взаимодействия, затем - задача проектирования кругового стержня, нагруженного нормальной $q_n(x)$ и тангенциальной $q_c(x)$ распределенными нагрузками, которые включают в себя как внешние нагрузки, так и условия взаимодействия шпангоута с оболочкой и расчет повторяется для вычисленной, оптимальной на данной итерации, конструкции.

В диссертации численные результаты приведены для случая взаимодействия оболочки со шпангоутом по закону $q_c = \frac{P}{\pi R} \sin x$, $q_n = 0$.² В зависимости от величин конструктивного ограничения получена экономия материала до 47%.²²

В четвертой главе решена также задача отыскания оптимального распределения материала в зоне краевого эффекта тонкой цилиндрической оболочки при осесимметричном нагружении с учетом условий прочности. Оптимальные проекты получены как частный случай применения разработанного алгоритма с целью проверки его эффективности и сравнения результатов с решениями, ранее полученными в работах Г.В.Иванова, В.П.Малкова, Г.Д.Ачиновой и других авторов. Расчеты показали хорошее совпадение. Дополнительно рассматривается случай нагружения оболочки осесимметричным перемещением по длине температурным полем при наличии ограничений на функции прогиба и изгибающего момента.

Задача сопряжения криволинейного стержня переменной жесткости, усиливающего тонкую цилиндрическую безмоментную оболочку в оптимальные проекты с учетом полубезмоментной работы цилиндрической оболочки и изменения радиуса кривизны шпангоута получены в [3,6].

Результаты совпали с точностью до вычислений с данными работы Бинкевич Е.В., Вергейчик Л.В., Моссаковского В.И. О рациональном распределении материала в оболочках-шпангоутах цилиндрических оболочек. Тр. УИ Восток. по трансп. 1969 г. № 1. "Вестник" 1970.

Дніпропетровського національного
університету залізничного транспорту
Імені академіка В.Лазаряна

67939

месте нагружения ее сосредоточенной радиальной силой сведена к решению краевой задачи для системы четырех обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка с переменными коэффициентами. Для решения задачи составлена программа, реализующая любые физически допустимые параметры конструкции оболочка-стержень для произвольной жесткости и всех видов граничных условий подкрепляющего стержня. Достоверность результатов подтверждает сравнение, где это возможно, с известными данными.

С использованием этой программы для реализации прямой задачи получены оптимальные, с точки зрения веса, проекты криволинейного стержня (сегмента), "разрезанного" при $\chi = \chi$ (сила приложена при $\chi = 0$), усиливающего цилиндрическую оболочку. Ограничения наложены таким образом, чтобы предотвратить значительные локальные перемещения и напряжения в оболочке с учетом ограничений прочности и конструктивных для подкрепляющего элемента.

Анализ результатов показывает, что незамкнутой круговой стержень целесообразно выбирать усиленным в месте приложения нагрузки ($-\frac{\pi}{2} < \chi \leq \frac{\pi}{2}$) путем местного увеличения его жесткости по определенному закону. Использование таких оптимальных силовых элементов в данном случае позволяет получить экономию в весе до 27%.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основные результаты. В диссертации на основе единообразного подхода, связанного с использованием принципа максимума, решен ряд оптимальных задач строительной механики и предложен достаточно общий алгоритм их численной реализации как задач оптимального управления при наличии ограничений общего вида.

Показано, что для задач проектирования, возникающих на практике, проблема в общем случае сводится к решению многоточечной

краевой задачи, удовлетворение условий максимума и соотношения для точек переключения управления, координаты которых также подлежат определению.

Для решения задач оптимального управления, возникающих в строительной механике, при наличии произвольных фазовых ограничений, разработан алгоритм метода последовательных приближений, позволяющий удовлетворить необходимым условиям оптимальности с высокой точностью. Процесс отыскания оптимального управления сводится к нахождению решения последовательности двухточечных краевых задач и ряда вспомогательных задач нелинейного программирования, имеющих, как правило, не высокую размерность. С вычислительной точки зрения алгоритм состоит из нескольких вложенных друг в друга итерационных процедур и опирается на хорошо отработанные стандартные программы.

Основное внимание при разработке алгоритма уделено практической реализации метода. Программа расчета организована в виде набора отлаженных вычислительных автономных процедур, что дает возможность использовать имеющиеся в фондах подпрограмм поиска или готовые алгоритмы, реализующие решение соответствующих задач анализа, экономит память машины, позволяет легко перестраивать программу для решения различных задач и автоматизировать процесс отыскания оптимального проекта. Такое построение программы позволяет с малыми затратами получать эффективные проекты конструкций.

Исследованы особенности постановки различных задач проектирования, анализируются возможности вычислительного алгоритма и прием, упрощающие программирование и счет на ЭЦВМ.

Предложенный алгоритм успешно применен для решения ряда задач оптимального управления из практики проектирования, причем процесс вычислений обладал достаточно хорошей сходимостью, а

результаты (в случаях, где сравнение оказывалось возможным) совпали с известными оптимальными проектами, полученными с использованием других вычислительных приемов.

Получены законы оптимального распределения материала в конкретных конструкциях: балках, стержневых системах, круговых брусках, неравномерно нагретых кольцевых рамах, цилиндрических оболочках при осесимметричной нагрузке, квадрантах и сегментах, подкрепляющих тонкую цилиндрическую оболочку в месте нагрузки ее сосредоточенной силой. Решение задач сопровождается подробным анализом соответствующих математических зависимостей, особенностей вычислительного алгоритма и свойств оптимальных проектов. Для получения результатов составлены вычислительные программы на языке "ALGOL-60".

Обобщающие выводы. Проведенное исследование свидетельствует об эффективности применения принципа максимума с ограничениями общего вида для решения задач оптимального проектирования и целесообразности его более широкого использования в области строительной механики.

Такой подход имеет определенные преимущества по сравнению с дискретными приближенными методами, поскольку его использования приводит к определению меньшего количества неизвестных и позволяет обойтись без хранения большого количества информации. Встречающиеся при этом затруднения, при корректно сформулированной задаче оптимального проектирования как задачи оптимального управления, носят численный характер и в большинстве случаев преодолеваются при наличии ЭЦВМ даже средней мощности, но с развитием математического обеспечения при допустимых затратах машинного времени.

Разработанный в работе численный алгоритм метода последо-

зательных приближений является эффективным средством численной реализации возникающих задач оптимального управления.

Для оптимальных проектов, полученных на основе рассматриваемого подхода, характерны значительная экономия материала при высокой точности удовлетворения всевозможных ограничений и требований, наложенных на конструкцию. Последнее важно, поскольку оптимальная конструкция сохраняет высокую надежность, а затраты на материал, как известно, составляют значительную часть расходов на изготовление любого сооружения. Достижение таких же результатов другими методами оказывается гораздо более сложным.

П Р И Л О Ж Е Н И Е

В приложении, представленном на 40 страницах, приведены документы, подтверждающие практическую ценность, полученных в диссертации результатов, семь программ решения основных задач, записанных на языке "ALGOL-60" и апробированных на ЭЦВМ "И-222" (транслятор ТА - 1Р).

Основное содержание диссертации опубликовано в следующих работах:

1. БИНКЕВИЧ Е.В., ДЗУБА А.П. Проектирование кривого бруса минимального веса, сб. "Теоретические и экспериментальные исследования прочности, устойчивости и динамики конструкций", Дн-ск, ДГУ, 1973.
2. БИНКЕВИЧ Е.В., ДЗУБА А.П. Использование методов теории оптимального управления для решения задач оптимального проектирования, Труды X Всесоюз. конф. по теории оболочек и пластин, Кутаиси, 1975, Т.1, изд., "Мецниереба"; Тб., 1975.
3. БИНКЕВИЧ Е.В., ДЗУБА А.П., УЛАНОВ В.Б. Оптимальное проектирование неравномерно нагретых силовых элементов авиационных

- тонкостенных конструкций, Всесоюз. конф. "Автоматизация исследований несущей способности и длительной прочности летательных аппаратов", Тезисы докладов, Харьков, ХАИ, 1975.
4. ДЗЮБА А.П. К задаче проектирования балок из условия минимаксных прогибов, сб. "Дифференциальные уравнения и их приложения", вып. II, Дн-ск, ДГУ, 1975.
 5. БИНКЕВИЧ Е.В., ДЗЮБА А.П. Проектирование балки минимального веса как задача оптимального управления", в сб. "Динамика и прочность тяжелых машин", вып. I, Дн-ск, 1976.
 6. НОВИКОВА Л.В., ДЗЮБА А.П., УЛАНОВ В.В. О выборе оптимальных параметров трехслойного шпангоута, подкрепляющего тонкую цилиндрическую оболочку, Матер.Респ.конф. "Теория расчета и внедрение в строительство многослойных панелей и оболочек", Вища школа, Киев-Донецк, 1976.
 7. БИНКЕВИЧ Е.В., ДЗЮБА А.П., УЛАНОВ В.В. Оптимальное проектирование неравномерно нагретых кольцевых рам, сб. "Прикладные вопросы теплообмена", Дн-ск, ДГУ, 1976.
 8. БИНКЕВИЧ Е.В., ДЗЮБА А.П., НОВИКОВА Л.В. Использование принципа максимума для проектирования оптимального сегмента, усиливающего цилиндрическую оболочку, сб. "Контактная прочность пространственных конструкций", К., "Наукова думка", 1976.
 9. ДЗЮБА А.П. Об одном методе решения задачи оптимального проектирования, сб. Сопротивление материалов и теория сооружений, вып. XXX, К., "Будівельник", 1977.

БТ 68028. Подписано к печати 23.01.1977г. Зак 80. Тираж 130.
Ротапринт ДГУ. Днепропетровск, Генерала Пушнина 4.