

МЕСТНАЯ ПОТЕРЯ УСТОЙЧИВОСТИ ТОНКОСТЕННОГО СТЕРЖНЯ ОТКРЫТОГО ПРОФИЛЯ ПРИ СЖАТИИ С ИЗГИБОМ

Наряду с общей потерей устойчивости для тонкостенных стержней необходимо учитывать возможность местной потери устойчивости. Точное аналитическое решение задачи о местном выпучивании тонкостенной стойки может быть получено лишь для случая центрального сжатия, при котором продольные напряжения постоянны по ширине пластин, составляющих сечение [1]. В общем случае комбинированного нагружения продольной силой и изгибающим моментом (внецентренного сжатия), используются приближенные аналитические и численные методы.

1. Рассматривается тонкостенный швеллер с одинаковой толщиной элементов (полученный, например, методами холодного формования), нагруженный центрально приложенной сжимающей силой P и изгибающим моментом M_y , действующим в плоскости симметрии xoz (рис. 1).

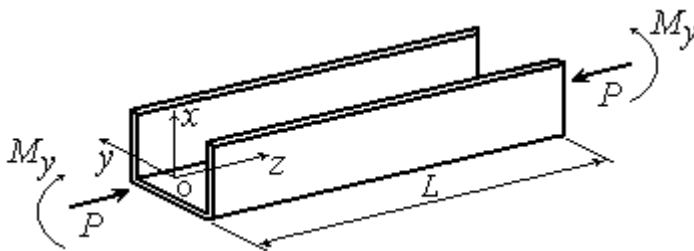


Рис. 1 - Схема нагружения тонкостенного швеллера

Максимальное напряжение, соответствующее критическому состоянию при местной потере устойчивости, может быть определено из выражения

$$\sigma_{\max} = \sigma_{сж} + \sigma_{изг.\max} = \frac{P}{A} + \frac{M_y}{W_y}, \quad (1)$$

где $\sigma_{сж}$, и $\sigma_{изг.\max}$ — напряжения от сжатия и максимальные напряжения от изгиба; A , — площадь поперечного сечения; W_y - момент сопротивления сечения.

Для исследования влияния сочетания нагрузок на критическое состояние швеллера зададим соотношение между силой и моментом в виде

$$k = \frac{P}{M_y} \quad (k = \text{const}). \quad (2)$$

Тогда выражение (1) примет вид

$$\sigma_{\max} = \frac{kM_y}{A} + \frac{M_y}{W_y} = \frac{M_y}{W_y} \left(\frac{kW_y}{A} + 1 \right). \quad (3)$$

Напряжения в точках контура поперечного сечения швеллера

$$\sigma_i = \sigma_{сж} + \sigma_{изг.i} = \frac{P}{A} + \frac{M_y}{W_y} \frac{x_i}{x_m}, \quad (4)$$

где x_i — координата i -ой точки, x_m - расстояние от оси oy до максимально удаленного волокна (рис. 2,а).

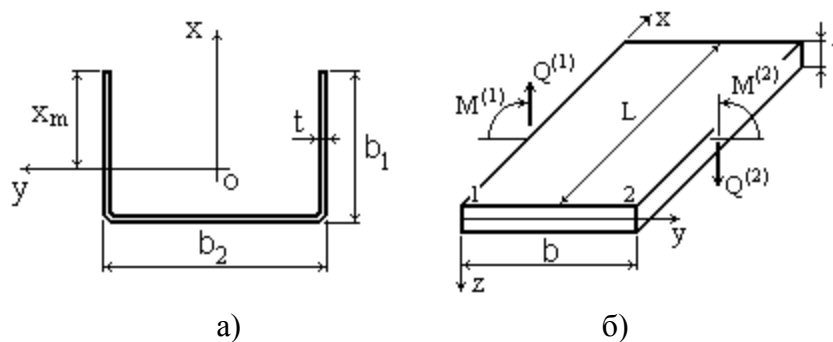


Рис. 2 - Геометрические параметры профиля (а), местные оси координат и внутренние усилия для пластин, составляющих сечение (б)

2. При расчете местной формы потери устойчивости стержень рассматривается как соединение пластин с точными условиями сопряжения, линии контакта пластин остаются прямолинейными. Точное аналитическое решение задачи о местном выпучивании может быть получено для случая центрального сжатия, при котором продольные напряжения постоянны по ширине пластин, составляющих сечение стержня. При переменных по ширине пластин напряжениях используется аналитико-численный метод расчета местной устойчивости сжато-изогнутых тонкостенных элементов [2].

При рассматриваемых вариантах нагружения напряжения по ширине стенки швеллера будут постоянными. Решение дифференциального уравнения устойчивости для стенки принимается в виде (рис. 2,б)

$$w = w(\eta) \sin m\pi\xi \quad (5)$$

($w(\eta)$ - функция прогиба по ширине пластинки, $\eta = b/L$; $\xi = x/L$ - продольная координата; m - число продольных полуволн).

Составляется вектор состояния стенки

$$S = (w, w, \eta, M, Q)^T, \quad (6)$$

где w, η - угол поворота; M, Q - изгибающий момент и обобщенная поперечная сила (индекс "T" - обозначает транспонирование).

Напряжения по ширине полок швеллера будут линейно переменными. Поэтому, полки разбиваются на несколько продольных полос, в пределах которых можно считать продольные напряжения постоянными. Для каждой из полос решение уравнения устойчивости запишется в виде

$$S^{(2)} = \frac{1}{\chi_2 - \chi_1} [G_k] S^{(1)}, \quad (7)$$

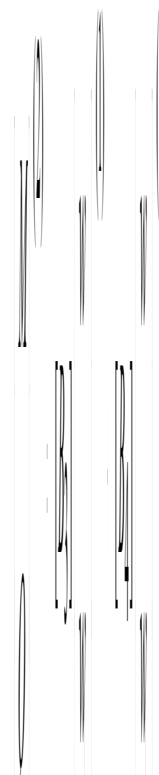
где $S^{(i)}$ - вектор состояния на краях "1" и "2" k -ой полосы (рис. 2,б); $[G_k] = \{g_{ij}\}$ - матрица, элементы которой приведены в работе [3]; $\chi_i = k_i^2 - \nu\sqrt{t}(m\pi)^2$; $k_{1,2} = m\pi\sqrt{\sqrt{t}\pm\mu}$; $\mu = (\sqrt{\sigma_x t/D})/m\pi$.

Перемножением матриц $[G_k]$ для всех полос, составляющих данную полку, получается матрица жесткости $[G]$, связывающая значения вектора S на обоих краях полки.

Используя (6) и (7), с учетом условий сопряжения смежных элементов, а также выполнив некоторые преобразования [3], силовые факторы на краях пластин, составляющих профиль стержня-балки выражаются через перемещения w и углы поворота w, η (верхний индекс в скобках - номер края элемента профиля)



(8)



где $[B_k] = \{b_{ij}^{(k)}\}$ – матрицы, приведенные в [3].

Граничные условия на свободных краях пластин (равенство нулю моментов и поперечных сил) и условия сопряжения на линиях соединения (равенство углов поворота $w_{n,i} = w_{n,j}$ и равенство нулю алгебраической суммы изгибающих моментов $M_{,i} + M_{,j} = 0$, нижний индекс после запятой – номер пластины) приводят к системе линейных однородных уравнений и соответствующему характеристическому уравнению, которое при целочисленной минимизации по числу продольных полуволн m определяет критические напряжения местного выпучивания.

3. Анализ решения выполнялся для балки-стержня с параметрами (представлены в безразмерном виде): $L/b_1=13$; $b_1/b_2=2$; $b_1/t=50$. Зависимости безразмерных напряжений местного выпучивания $\sigma^* = \sigma/E \cdot 10^3$ ($\sigma_{сж}^*$ – сжимающие напряжения, $\sigma_{изг. max}^*$ – изгибные максимальные, σ_{max}^* – полные максимальные) от соотношения между нагрузками P и M_y , представлены на рис. 3. Значение параметра $k=0$ соответствует чистому изгибу швеллера как балки, при $k \rightarrow \infty$ имеем центральное сжатие.

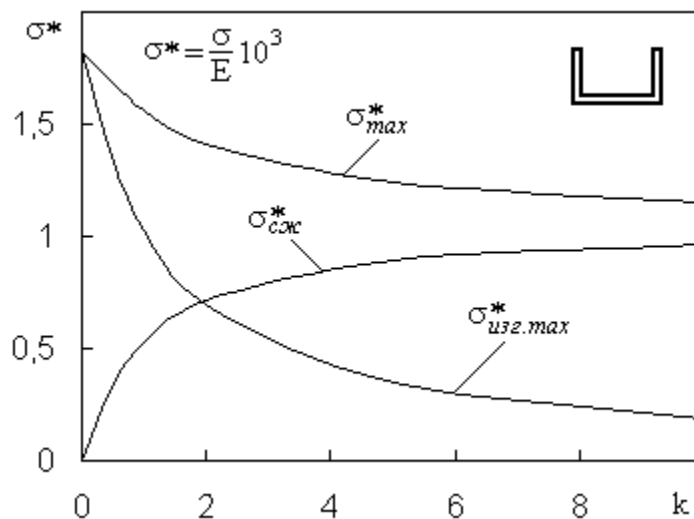


Рис. 3 - Безразмерные напряжения местной формы при различных сочетаниях нагрузок

Формы выпучивания стержней (рис. 4), соответствующие критическим состояниям при изгибе, а также при сжатии с изгибом оказываются схожими. Максимальные перемещения, нормированные толщиной элементов профиля t , наблюдаются на свободном крае полки, а перемещения стенки значительно меньше, в особенности при чистом изгибе.

На рис. 5 при различных сочетаниях нагрузок представлены эпюры полных максимальных напряжений местного выпучивания тонкостенного швеллера, которые иллюстрируют перераспределение сжимающих напряжений при уменьшении доли изгиба (“+” – сжатие, “-” – растяжение).

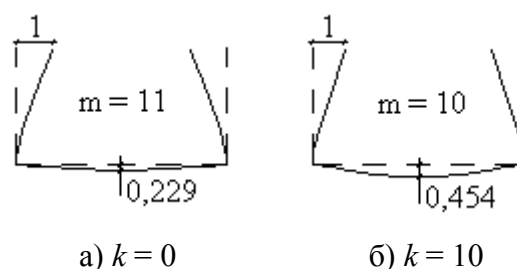


Рис. 5 - Местные формы швеллера при чистом изгибе (а) и при сжатии с изгибом (б)

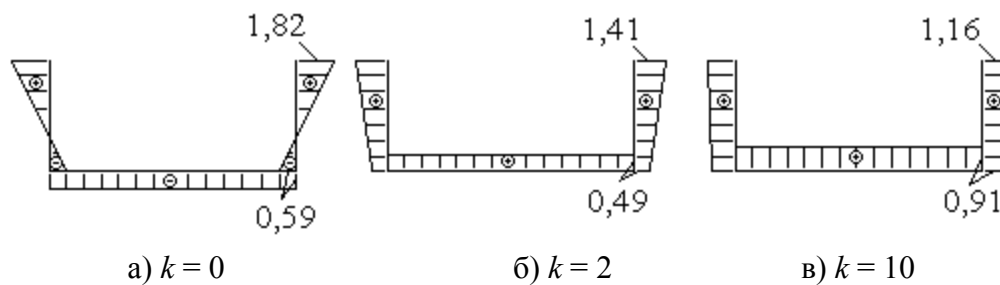


Рис. 6 - Эпюры напряжений местного выпучивания при чистом изгибе (а), при сжатии с изгибом (б) и (в)

ВЫВОДЫ

1. Предложенный алгоритм расчета сжато-изогнутых тонкостенных элементов металлических конструкций позволяет определять критические нагрузки и анализировать формы выпучивания.

2. Данный подход применим при исследовании местной потери устойчивости тонкостенных стержней открытого профиля с различными поперечными сечениями.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ракша С.В. Местная устойчивость тонкостенных элементов металлоконструкций открытого профиля // Нові матеріали і технології в металургії та машинобудуванні.- 2002.- № 2.- С. 48 - 52.
2. Ракша С.В. Аналитико-численный метод расчета местной устойчивости сжато-изогнутых тонкостенных элементов металлоконструкций / Материалы IV Международной конференции “Проблемы прочности материалов и сооружений на транспорте”. С.-Петербург, 1999, с. 95 - 96.
3. Маневич А.И., Ракша С.В. Местное и связанное выпучивание тонкостенных стержней при сжатии и изгибе в двух плоскостях. В сб.: Theoretical Foundations in Civil Engineering, 4, V.1, part 2 (Proc. Of the Polish-Ukrainian seminar, Warsaw, July 1996), Dnepropetrovsk, 1996, с. 270 - 275.

АННОТАЦИИ

Ракша С.В. Местная потеря устойчивости тонкостенного стержня открытого профиля при сжатии с изгибом // Вестник ДГМА. – 2011. - № 2(23) с. 119-122

Задача о местном выпучивании тонкостенного швеллера при комбинированном нагружении сжимающей силой и изгибающим моментом решается аналитико-численным методом, при котором стержень рассматривается как ансамбль пластин. Исследуются формы выпучивания, влияние эксцентриситета приложения нагрузки на критические напряжения.

Ракша С.В. Місцева втрата стійкості тонкостінного стержня відкритого профілю при стисканні та згинанні // Вісник ДДМА. – 2011. - № 2(23)

Задача про локальне випучування тонкостінного швелера при комбінованому навантаженні стискаючою силою і згинальним моментом розв'язується аналітико-чисельним методом, при якому стержень розглядається як ансамбль пластин. Досліджуються форми випучування, вплив ексцентриситета прикладення навантаження на критичні напруження.

Raksha S.V. Local instability of thin-walled bars of open cross-section under compression and bending // Herald of the DSEA. – 2011. - №

The task about a local swelling of a thin-walled channel at combined loading by a contracting force and flexing by a moment is decided by the analytic-numerical method, at which the rod is considered as assembly of slices. The forms of a swelling, influence eccentricity of a load application on critical stresses are investigated.

Ракша Сергей Васильевич – заведующий кафедрой «Прикладная механика» Днепропетровского национального университета имени академика В. Лазаряна, профессор, докт. техн. наук.